

## 複数の感染源を持つSIRモデルが起こすパーコレーション転移(根本幸児)

典型的な感染モデルとして多くの研究があるSIRモデルでは、平均場近似（反応方程式）の解析から臨界感染率以上で大流行へ連続転移を引き起こすことがよく知られている。しかし、その解析は単一感染源（シード）からの転移を議論するもので、同時多発的なシードが複数ある場合の転移については研究されていなかった。我々はそのような場合について、感染者のパーコレーションが起こる転移点がどのように振舞うかをregular random graph上のSIRモデルを用いて解析した。まず、近似的マスター方程式の手法を用いてそのダイナミクスを追いかけ、健常者ネットワークのパーコレーションが崩れる転移点を調べ、それがシード濃度とともに減少することを示した。次に、単一シードがつくる感染者クラスターをスーパーノードとみなしそれらのパーコレーション問題として解析することによって、臨界感染率からシード濃度の1/3乗に比例して転移点が急激に減少することを示した。この結果はモンテカルロシミュレーションからも支持されることがわかった。

## 有限時間熱機関の研究(奥田浩司)

非平衡現象の理論的研究として、有限時間熱機関の研究をおこなった。昨今、地球温暖化は世界的な問題となっている。より効率の良い熱機関を開発することは、この問題の解決に貢献するだろう。また、最近の原子力発電の安全性に対する疑問から、代替エネルギーへの要求が増しているが、その候補の1つである地熱発電は原理的には熱機関と考えることができるであろう。物理学では、熱機関の効率は熱力学の基本的課題として古くから扱われてきた。特に重要な結果は、熱機関の効率の上限を与えるCarnot 効率 $\eta_c = 1 - T_c/T_h$  ( $T_c$ : 低温熱源の温度,  $T_h$ : 高温熱源の温度) の発見である。通常Carnot 効率が実現されるのは、準静的極限の場合だけである。しかし、準静的熱機関は無限の時間をかけて有限の仕事を取り出すという点で、仕事率が0であり、現実的な熱機関としては役に立たない。現実の熱機関は、有限時間で動作することで効率を犠牲にする代わりに有限の仕事率を得ている。そこで、準静的でない有限時間で動作する熱機関の性質を調べることは熱力学の重要な課題であると思われる。有限時間熱機関の過去の研究において、Curzon and Ahlborn(1975) がCarnot サイクルを有限時間に拡張し、Carnot サイクルの仕事率が最大となるときにはその効率が $\eta_{CA} = 1 - \sqrt{T_c/T_h}$  となることを比較的一般的な条件のもとで導いたことは特に重要な成果である。具体的には、名古屋大学の泉田氏と共に、局所平衡仮定の下で動作する有限時間熱機関を理論的に解析した。有限時間熱機関の解析では、しばしばendoreversibility（内部可逆性）が仮定されており、Curzon and Ahlbornが上の効率を導いた時にもこの仮定は暗に用いられている。我々の研究では、局所平衡の仮定からendoreversibility は自然な形で満たされ、過去のendoreversibility を用いた最大仕事率時の効率の結果を統一的に説明することに成功した。また、作業物質として局所平衡仮定を満たすような理想気体を用いた熱機関のモデルを構築し、ミクロな立場から熱機関を解析することも行っている。

## 非局所結合振動子系のキメラ状態の研究(奥田浩司)

単純な動力学系がたくさん集合した系では、その間の相互作用によりマクロに複雑な動的現象がしばしば現れる。それを理解するための重要なキーワードが同期現象であり、同期現象の理論的研究に最もよく用いられる基本的モデルが結合振動子系である。この研究は、M2学生の須田君と共におこない、結合振動子系に現れる複雑な時空パターンに着目

した。具体的には、1次元上に並んだ同一振動数の振動子が一定範囲内の他の振動子と相互作用している非局所結合振動子系に現れるキメラ状態を扱った。キメラ状態は、元は全て同一の振動子である系に、振動子が同期しているcoherent領域と同期していないincoherent領域が共存している状態で、特にincoherent領域では、振動子の平均振動数が連続的に変化し、位相が至る所不連続になる奇妙な状態である。キメラ状態は発見から十数年経っているにもかかわらず、力学系としての明確な特徴付けができておらず、最近でも活発に研究が行われている。我々の研究では、2011年にWolfrumらによって示された位相振動子系の数値シミュレーションで見られているキメラ状態はtransientであって安定な状態ではないという結果に着目した。ここでのtransientの意味は、数値シミュレーションで扱う1次元を離散化した有限個の振動子の系ではキメラ状態の寿命は有限ということであり、連続極限の無限振動子系では寿命は無限となる。我々は、振動子の結合関数を通常用いられているsin型から変えることで、有限個の振動子の系でも寿命が無限の安定なキメラ状態を数値シミュレーションで発見した。また同じ系において複数のcoherent領域、incoherent領域をもつマルチキメラ状態も発見し、その解析も行っている。

---

## 拡張準古典方程式の松原形式への拡張 [H. Ueki, W. Kohno, and T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. 85, 064702 (2016)]

---

非一様な超伝導状態を記述する標準的な方程式として、ギンツブルグ・ランダウ方程式やアイレンバーガー方程式が挙げられる。しかし、これらの方程式は、ローレンツ力を記述できないという問題点があった。この点を改善するため、ゲージ不変性を適切に考慮しながら準古典パラメータによる展開を一段進めた「拡張準古典方程式」が実時間ケルディッシュ形式で導出された(2001年)。しかし、取り扱いの難しさから、今まで解かれたのは数例にとどまっている。本研究では、この拡張準古典方程式を、虚時間松原形式に書き換えることに成功した。これにより、超伝導状態のホール効果を、平衡松原形式の線形応答理論を用いて簡便に記述する道が切り開かれた。さらに、得られた方程式を孤立量子渦に適用して、渦中心に電荷が集まること、その大きさと符号が温度やフィリングの関数として変化する可能性があることなどを明らかにした。

---

## ボーズ・アインシュタイン凝縮相の素励起の数値的研究 (筒井和政氏、加藤雄介氏との共同研究)

---

ボーズ・アインシュタイン凝縮(BEC)相において、個別励起と集団励起が全く別物であることを、数値的研究により明らかにした。広く知られたガボレ-ノジエール理論(1965年)によると、BEC相における個別励起と集団励起は、同じ密度揺らぎであり、弱い相互作用の極限でボゴリュボフ・モードに一致し、また、強結合領域では超流動4Heで観測されるフォノン-ロトン曲線に移行する。今回得られた結果は、この通説を覆すものであり、ボーズ・アインシュタイン凝縮の基礎理論に変革を迫る重要な結果である。より具体的には、一粒子励起と二粒子励起のスペクトル関数の幅を、拡散モンテカルロ法により評価し、異なる振る舞いを持つことを確かめた。

---

## 「Statistical Mechanics of Superconductivity」の執筆 (T. Kita, Springer Japan, 2015, DOI 10.1007/978-4-431-55405-9)

---

超伝導理論に関する大学院生向けの上記教科書を執筆した。2013年にサイエンス社から出した「統計力学から理解する超伝導理論」を増補して英訳したものである。2015年5月にシュプリンガーから出版された。

---

## **「超伝導磁束状態の物理」（裳華房，2016年）の分担執筆**

---

上記の本の第1章を分担執筆した。2016年に裳華房から出版予定である。